Chapitre

-D4-
-Probabilités-

Version initiale le 29 juillet 2018 - dernière mise à jour le 31 mars 2020

Sommaire

1.0.1 Le point sur le programme

Connaissances	Capacités	Commentaires
1.4. Notion de probabilité	⇝Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité. ⇝Calculer des probabilités dans des contextes familiers.	La notion de probabilité est abordée à partir d'expérimentations qui permettent d'observer les fréquences des issues dans des situations familières (pièces de monnaie, dés, roues de loteries, urnes, etc.). La notion de probabilité est utilisée pour modéliser des situations simples de la vie courante. Les situations étudiées concernent les expériences aléatoires à une ou à deux épreuves.

1.0.2 Repères de progressivité

en rouge, ce qui doit démarrer à un instant précis du cycle, clairement indiqué dans les programmes.
en vert, ce qui n'apparait plus mais qui peut, si besoin, être vu dans le cadre de la résolution de problèmes.
en bleu, ce qui est nouveau.

	Cycle 4		
Thème	$5^{ème}$	$4^{ème}$	$3^{ème}$
Probabilité	Aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples. Calculer des probabilités dans des cas simples. ⇝Notion de probabilité. ⇝Quelques propriétés : la probabilité d'un événement est comprise entre 0 et 1 ; probabilité d'évènements certains, impossibles, incompatibles, contraires.		
	Aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples. Introduire le vocabulaire. Calculer des probabilités dans des cas simples en s'appuyant sur des conditions de symétrie ou de régularité qui fondent le modèle équiprobable.	Interprétation fréquentiste permettant d'approcher une probabilité inconnue et de dépasser ainsi le modèle d'équiprobabilité.	

1.0.3 Vocabulaire

Définition 1 : On appelle **expérience aléatoire**, une expérience qui vérifie les trois conditions suivantes :

⇝ les issues (résultats possibles) sont parfaitement identifiables.

⇝ On ne sait pas, a priori, quelle issue va se produire lorsqu'on réalise l'expérience.

⇝ L'expérience doit être reproductible dans les mêmes conditions (dans la mesure du possible !).

Collège Jean Lurçat – FROUARD – Sébastien LOZANO – http://lozano.maths.free.fr – Niveau 3ème

CreativeCommons–BY–Attribution+NC–Pas d'utilisation Commerciale+SA–Partage dans les mêmes conditions

<u>*Expérience (A)*</u> *: "On lance une pièce de monnaie et on regarde sur quelle face elle tombe"*

Cette expérience est bien aléatoire car :

- ⇝ il y a deux issues possibles : "pile" ou "face".
- ⇝ quand on lance la pièce, on ne eput pas savoir, a priori, sur quelle face elle va tomber.

<u>Définition 2</u> : À partir d'une expérience aléatoire, on peut définir ce qu'on appelle des **événements** qui sont des ensembles d'issues de l'expérience.

<u>*Expérience (B)*</u> *: "On lance un dé à 6 faces numérotées de 1 à 6."*

- ⇝ "Obtenir 1", "Obtenir 2", "Obtenir 3" etc... sont des **événements élémentaires**, ils sont réalisés par une seule issue.
- ⇝ "Obtenir un nombre pair" est un événement, c'est l'ensemble des issues suivantes : "obtenir un 2" ou "obtenir un 4" ou "obtenir un 6".
- ⇝ "Sortir un 7" est un **événement impossible**.
- ⇝ "Sortir un nombre compris entre 0 et 7" est un **événement certain** car tous les lancers donneront un nombre compris entre 0 et 7.

1.0.4 Caculer des probabilités

Intuitivement

La probabilité d'un événement est la chance qu'on a de voir se réaliser cet événement.

<u>*Par exemple*</u> *: on a 1 chance sur 2 d'obtenir pile lorsqu'on lance une pièce bien équilibrée, cela signifie que la probabilité de l'événement "obtenir pile" vaut* $\frac{1}{2}$.

Lorsqu'on ne peut pas, a priori, déterminer le nombre de cas possibles, on ***répète un grand nombre de fois*** *l'expérience. On approche ainsi la probabilité des événements en considérant les fréquences qui tendent à se stabiliser avec le nombre d'expériences.*

<u>Définition 3</u> : Dans une expérience aléatoire, la probabilité d'un événement est égale au quotient :

$$\frac{Nombre\,de\,cas\,favorables}{Nombre\,de\,cas\,possibles}$$

<u>Définition 4</u> : On dit que l'on a une situation d'**équiprobabilité** lorsque tous les événements élémentaires ont la même probabilité de se réaliser.

<u>Propriété 1</u> : (admise)
Lorsqu'une expérience aléatoire est une situation d'équiprobabilité et qu'il y a n issues alors la probabilité d'un événement élémentaire vaut $\frac{1}{n}$

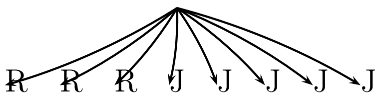
<u>Exemple 1</u> : Tirer à pile ou face, la probabilité de chaque événement élémentaire vaut $\frac{1}{2}$.

<u>Exemple 2</u> : Lancer un dé à six faces, la probabilité de chaque événement élémentaire vaut $\frac{1}{6}$.

<u>Exemple 3</u> : Une urne contient 3 boules rouges et 5 boules jaunes. Les boules sont indiscernables au toucher.

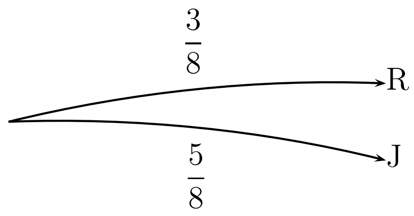
Collège Jean Lurçat – FROUARD – Sébastien LOZANO – http://lozano.maths.free.fr – Niveau 3ème

CreativeCommons–BY–Attribution+NC–Pas d'utilisation Commerciale+SA–Partage dans les mêmes conditions



Chaque boule a donc une probabilité de $\frac{1}{8}$ d'être tirée

Mais si on regarde l'arbre des possibilités simplifié :



- ⇝ La probabilité de l'événement élémentaire "sortir une boule rouge" vaut $\frac{3}{8} = 0,375 = 37,5\%$
- ⇝ La probabilité de l'événement élémentaire "sortir une boule jaune" vaut $\frac{5}{8} = 0,625 = 62,5\%$

Cette situation n'est donc pas une situation d'équiprobabilité.

Propriété 2 : (Admises)

- ⇝ La probabilité d'un événement est toujours comprises entre 0 et 1.
- ⇝ La somme des probabilités de tous les événements possibles vaut 1.
- ⇝ La probabilité d'un événement certain vaut 1 et réciproquement.
- ⇝ La probabilité d'un événement impossible vaut 0 et réciproquement.

1.0.5 Quelques événements particuliers

Définition 5 :

- ⇝ L'**événement "A et B"** se produit lorsque les événements A et B ont lieux simultanément.
- ⇝ L'**événement "A ou B"** se produit lorsque l'événement A ou l'événement B ou les deux ont lieux.
- ⇝ Deux événements sont dits **incompatibles** s'ils ne peuvent se produire en même temps.
- ⇝ Deux événements sont dits **contraires** si la réalisation de l'un correspond à la non réalisation de l'autre. On note $\overline{\mathbf{A}}$ l'événement contraire de l'événement **A**

Exemples :

On lance un dé à 6 faces :

- ⇝ P l'événement **"obtenir un nombre pair"**, S **"obtenir un nombre supérieur à 3"**, (P et S) est donc l'événement **"obtenir un nombre pair supérieur ou égal à 3"**.
- ⇝ I l'événement **"sortir un nombre inférieur ou égal à 4"**, (P ou I) est donc l'événement **"obtenir un nombre pair inférieur ou égal à 4"** soit **"obtenir 2 ou 4"**
- ⇝ A l'événement **"obtenir 1 ou 2"** ; $\overline{A}$ par un phrase sans négation **"obtenir 3,4,5 ou 6"**.
  On peut calculer la probabilité de $\overline{A}$ de deux manières qui donnent le même résultat :

  1/ 4 issues favorables sur 6 issues possibles donc $p(\overline{A}) = \frac{4}{6}$

  2/ $\overline{A}$ est l'événement contraire de A or $p(A) = \frac{2}{6}$

  donc $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{2}{6} = \frac{6}{6} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6}$

Collège Jean Lurçat – FROUARD – Sébastien LOZANO – http://lozano.maths.free.fr – Niveau 3ème

CreativeCommons−BY−Attribution+NC−Pas d'utilisation Commerciale+SA−Partage dans les mêmes conditions