

-N1- -RELATIFS-

Version initiale le 29 décembre 2016 - dernière mise à jour le 7 mai 2020

Sommaire

1.0.1	Le point sur le programme	1
1.0.2	Repères de progressivité	2
1.0.3	Addition	2
1.0.4	Soustraction	3
1.0.5	Écritures simplifiées	4
1.0.6	Multiplication de deux nombres relatifs	4
1.0.7	Signe d'un produit de plusieurs facteurs	5
1.0.8	Quotient de deux nombres relatifs	5
1.0.9	Inverse d'un nombre relatif différent de 0	6
1.0.10	Enchaînement d'opérations	6

1.0.1 Le point sur le programme

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>2.3. Nombres relatifs</p> <p>Notion de nombre relatif. *Ordre.</p>	<p>↪ Utiliser la notion d'opposé. ↪ *Ranger des nombres relatifs courants en écriture décimale.</p>	<p>La notion de nombre relatif est introduite à partir d'un problème qui en montre la nécessité (par exemple pour rendre la soustraction toujours possible). Une relation est faite avec la possibilité de graduer entièrement la droite, puis de repérer le plan Les nombres utilisés sont aussi bien entiers que décimaux.</p>
<p>2.1. Calcul numérique</p> <p>Opérations (+, −, ×, ÷) sur les nombres relatifs en écriture décimale.</p>	<p>↪ *Calculer la somme ou la différence de deux nombres relatifs. ↪ Calculer, sur des exemples numériques, une expression dans laquelle interviennent uniquement les signes +, − et des parenthèses. ↪ Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, un programme de calcul portant sur des sommes ou des différences de nombres relatifs. ↪ Calculer le produit de nombres relatifs simples. ↪ Déterminer une valeur approchée du quotient de deux nombres décimaux (positifs ou négatifs).</p>	<p>Les élèves ont une pratique de la multiplication des nombres positifs en écriture décimale ou fractionnaire. Les calculs relevant de ces opérations sont étendus au cas des nombres relatifs.</p>
<p><i>Enchaînement d'opérations.</i></p>	<p>↪ Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, des programmes de calcul portant sur des sommes ou des produits de nombres relatifs. ↪ Organiser et effectuer à la main ou à la calculatrice les séquences de calcul correspondantes.</p>	<p>À la suite du travail entrepris en classe de Cinquième les élèves sont familiarisés à l'usage des priorités ainsi qu'à la gestion d'un programme de calcul utilisant des parenthèses. En particulier, la suppression des parenthèses dans une somme algébrique est étudiée.</p>

1.0.2 Repères de progressivité

en rouge, ce qui doit démarrer à un instant précis du cycle, clairement indiqué dans les programmes.

en vert, ce qui n'apparaît plus mais qui peut, si besoin, être vu dans le cadre de la résolution de problèmes.

en bleu, ce qui est nouveau.

Cycle 4			
Thème	5 ^{ème}	4 ^{ème}	3 ^{ème}
Nombres rationnels Nombres relatifs	↪Nombres rationnels (positifs ou négatifs), notion d'opposé. ↪Fractions, fractions irréductibles, cas particulier des fractions décimales. ↪Définition de la racine carrée ; les carrés parfaits entre 1 et 144. ↪Les préfixes de nano à giga.		
	Fraction comme nombre. Introduction des nombres relatifs, notion d'opposé.	Définition de la racine carrée, carrés parfaits.	Fraction irréductible.
	Opérations sur les nombres radicaux		
Calcul	Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté. Calculer avec des nombres relatifs, des fractions ou des nombres décimaux (somme, différence, produit, quotient). Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur. Effectuer des calculs numériques simples impliquant des puissances, notamment en utilisant la notation scientifique. ↪Définition des puissances d'un nombre (exposants entiers, positifs ou négatifs).		
	Additionner et soustraire des nombres relatifs. Fraction comme nombre rendant toutes les divisions possibles. Calculer des proportions et des fréquences.	Multiplier et diviser des nombres relatifs. Les puissances positives de base quelconque comme raccourci d'un produit. Additionner, soustraire, multiplier et diviser des quotients. Inverse d'un nombre.	Rendre une fraction irréductible.

1.0.3 Addition

Propriété 1 : (Admise)

Si deux nombres relatifs sont de même signe **positif**

alors la somme est positive et on calcule en additionnant les relatifs sans leurs signes

Propriété 2 : (Admise)

Si deux nombres relatifs sont de même signe **négatif**

alors la somme est négative et on calcule en additionnant les relatifs sans leurs signes

Propriété 3 : (Admise)

Si deux nombres relatifs sont de signes contraires

alors la somme est du signe du plus éloigné de zéro et on calcule en enlevant le nombre le plus près de zéro au nombre le plus loin de zéro après avoir supprimé les signes

Exemples :

$$A = (+17, 7) + (+1, 5) = +(17, 7 + 1, 5) = \boxed{+19, 2}$$

$$B = (-23, 6) + (-7, 2) = -(23, 6 + 7, 2) = \boxed{-30, 8}$$

$$C = (+14, 3) + (-4, 36) = +(14, 3 - 4, 36) = \boxed{+9, 94}$$

Le plus loin de zéro est le nombre positif donc la somme est positive.

$$D = (-11, 2) + (+7, 6) = -(11, 2 - 7, 6) = \boxed{-3, 6}$$

Le plus loin de zéro est le nombre négatif donc la somme est négative.

$$E = (+14, 9) + (-5, 1) + (1, 75)$$

$$E = (+9, 8) + (1, 75)$$

$$\boxed{E = +11, 55}$$

$$F = \left(-\frac{3}{8}\right) + \left(-\frac{7}{8}\right)$$

$$F = -\frac{10}{8}$$

$$\boxed{F = -\frac{5}{4}}$$

$$G = \left(-\frac{3}{7}\right) + \left(+\frac{5}{14}\right)$$

$$G = \left(-\frac{6}{14}\right) + \left(+\frac{5}{14}\right)$$

$$\boxed{G = -\frac{1}{14}}$$

1.0.4 Soustraction

Définition 1 : Deux nombres relatifs sont dits **OPPOSÉS** quand leur somme vaut zéro. On note $-a$ l'opposé du nombre a .

Remarque : $-a$ peut être positif! par exemple lorsque a vaut -4 , plus généralement :

Propriété 2 : (Admise)

Si un nombre relatif est positif

alors son opposé est négatif

Propriété 3 : (Admise)

Si un nombre relatif est négatif

alors son opposé est positif

Exemples :

1/ $-5, 28$ est l'opposé de $+5, 28$ mais $+5, 28$ est aussi l'opposé de $-5, 28$
en particulier $-(-5, 28) = 5, 28$

2/ si $a = +2, 14$ alors $-a = -2, 14$ et si $a = -7, 81$ alors $-a = +7, 81$

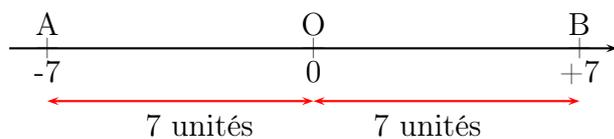
Propriété 3 : (géométriquement)

Si deux nombres relatifs sont opposés

alors ils correspondent à des points symétriques par rapport à l'origine

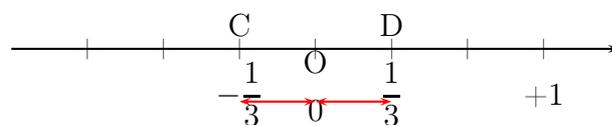
Exemples :

$\rightsquigarrow -7$ et $+7$ sont opposés.



A et B sont symétriques par rapport à O

$\rightsquigarrow \frac{1}{3}$ et $-\frac{1}{3}$ sont opposés.



C et D sont symétriques par rapport à O

Propriété 4 : soustraction (Admise)

Si on soustrait un nombre relatif

alors cela revient à additionner son nombre opposé

Exemple :

\rightsquigarrow l'opposé de $+8, 2$ est $-8, 2$ donc soustraire $+8, 2$ revient à ajouter $-8, 2$.

$$(+14) - (+8, 2) = (+14) + (-8, 2) = +5, 8$$

\rightsquigarrow l'opposé de $-8, 2$ est $+8, 2$ donc soustraire $-8, 2$ revient à ajouter $+8, 2$.

$$(-17, 2) - (-8, 2) = (-17, 2) + (+8, 2) = -9$$

$$\rightsquigarrow +\frac{5}{4} - \left(+\frac{3}{4}\right) = +\frac{5}{4} + \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{1}{4}$$

1.0.5 Écritures simplifiées

Conventions

Pour simplifier les écritures des suites d'additions et de soustractions de nombres relatifs.

1/ On ne mettra plus les parenthèses autours des nombres relatifs

$$(+4) - (-8) + (-5) + (+2) \text{ s'écrira } +4 - -8 + -5 + +2$$

2/ Lorsque deux signes se suivent, on appliquera la règle des signes :

(a) L'opposé d'un nombre négatif est un nombre positif donc au lieu de - - on écrira +.

(b) L'opposé d'un nombre positif est un nombre négatif donc au lieu de -+ on écrira -.

(c) Ajouter un nombre négatif revient à soustraire son opposé donc au lieu de +- on écrira -.

(d) Au lieu de ++ on écrira +.

$$+4 - -8 + -5 + +2 \text{ s'écrira } +4 + 8 - 5 + 2$$

3/ On n'écrira plus le signe + devant le premier terme lorsqu'il est positif.

$$+4 + 8 - 5 + 2 \text{ devient } 4 + 8 - 5 + 2$$

Bilan : L'écriture simplifiée de $(+4) - (-8) + (-5) + (+2)$ est $4 + 8 - 5 + 2$.

Exemples : Simplifie les expressions suivantes

$$A = (+4) + (-14) - (+3) + (-3) - (-4) + (+5)$$

$$A = +4 + -14 - +3 + -3 - -4 + +5 \text{ (règle 1)}$$

$$A = +4 - 14 - 3 - 3 + 4 + 5 \text{ (règle 2)}$$

$$A = 4 - 14 - 3 - 3 + 4 + 5 \text{ (règle 3)}$$

$$B = (+3,5) - (+50,7) + (+60,2) - (-65,7) + (-99,9)$$

$$C = \left(-\frac{3}{5}\right) + \left(+\frac{5}{10}\right) + \left(-\frac{16}{78}\right) - \left(+\frac{8}{4}\right)$$

1.0.6 Multiplication de deux nombres relatifs

Propriété 4 : (admise)

Si on effectue le produit de deux nombres relatifs de même signe

alors il est POSITIF

Propriété 5 : (admise)

Si on effectue le produit de deux nombres relatifs de signes contraires

alors il est NÉGATIF

Exemples : $(-2) \times (-3) = +6$

$$(-4) \times (+6) = -24$$

$$(+7) \times (-3) = -21$$

Propriété 6 : Multiplication par 0 : (admise)

Si a est un nombre relatif quelconque

alors $a \times 0 = 0 \times a = 0$.

Exemples : $(-2) \times 0 = 0 \times (-2) = 0$

$0 \times (+6) = (+6) \times 0 = 0$

Propriété 7 : Multiplication par -1 : (admise)

Si on multiplie un nombre relatif par -1

on obtient l'opposé de ce nombre.

alors

$$(-1) \times a = a \times (-1) = -a$$

Exemples :

$(-22) \times (-1) = (+22)$; $+22$ est l'opposé de (-22) $(-1) \times (+6) = (-6)$; -6 est l'opposé de $(+6)$

1.0.7 Signe d'un produit de plusieurs facteurs

Propriété 8 : (admise)

Lorsque l'on multiplie des nombres relatifs différents de 0 :

↪ s'il y a un nombre PAIR de facteurs **négatifs** alors le produit est POSITIF.

↪ s'il y a un nombre IMPAIR de facteurs **négatifs** alors le produit est NÉGATIF.

Exemples :

Soit $A = (-4) \times 3 \times (-7) \times (-110) \times (-17)$.

A est positif car il y a 4 facteurs négatifs (4 est pair).

Soit $B = 13 \times (-19) \times (-53) \times (-15)$.

B est négatif car il y a 3 facteurs négatifs (3 est impair).

1.0.8 Quotient de deux nombres relatifs

Définition 1 :

Le nombre x qui vérifie $ax = b$ (avec $a \neq 0$) s'appelle **le quotient** de b par a .

Il se note $\frac{b}{a}$ donc $x = \frac{b}{a}$.

C'est le nombre qui (lorsqu'il est) multiplié par a donne b .

Propriété 9 : (admise)

Si on effectue le quotient de deux nombres relatifs de même signe

alors on obtient un nombre POSITIF.

Propriété 10 : (admise)

Si on effectue le quotient de deux nombres relatifs de signes différents

alors on obtient un nombre NÉGATIF.

Exemples : $\frac{-7}{-2} = \frac{7}{2} = 3,5$

$\frac{-9}{3} = \frac{9}{-3} = -\frac{9}{3} = -3$

1.0.9 Inverse d'un nombre relatif différent de 0

Définition 2 :

L'inverse d'un nombre relatif x (avec $x \neq 0$) est le quotient de 1 par x ; on le note $\frac{1}{x}$.

$$x \times \frac{1}{x} = 1$$

C'est le nombre qui (lorsqu'il est multiplié par x donne 1.

Exemples : $(-2) \times \frac{1}{-2} = 1$; (-2) est l'inverse de $\frac{1}{-2}$ tout comme $\frac{1}{-2}$ est l'inverse de (-2) .

1.0.10 Enchaînement d'opérations

Propriété 11 : (admise)

Dans une suite d'opérations, on effectue les calculs dans l'**ordre suivant** :

- ↪ les calculs entre parenthèses
- ↪ les multiplications et les divisions dans le sens de l'écriture
- ↪ les additions et les soustractions dans le sens de l'écriture

Exemple : Effectue le calcul suivant $A = -7 - 9 \times (-8 + 2)$:

$$A = -7 - 9 \times \underbrace{(-8 + 2)}$$

$$A = -7 - 9 \times \underbrace{(-6)}$$

$$A = -7 - (-54)$$

$$A = \underbrace{-7 + 54}$$

$$A = \boxed{47}$$