-N2-
-Nombres en écriture fractionnaire-
-Rappels et simplifications-

Version initiale du 20 juillet 2018 - dernière mise à jour le 26 mars 2020

Sommaire

1.1. Repères de progressivité

en rouge, ce qui doit démarrer à un instant précis du cycle, clairement indiqué dans les programmes.
en vert, ce qui n'apparait plus mais qui peut, si besoin, être vu dans le cadre de la résolution de problèmes.
en bleu, ce qui est nouveau.

	Cycle 4		
Thème	$5^{ème}$	$4^{ème}$	$3^{ème}$
Nombres décimaux	Utiliser diverses représentations d'un même nombre (écriture décimale ou fractionnaire, notation scientifique, repérage sur une droite graduée) ; passer d'une représentation à une autre. ⇝Nombres décimaux.		
		Puissances de 10.	
Nombres rationnels Nombres relatifs	⇝Nombres rationnels (positifs ou négatifs), notion d'opposé. ⇝Fractions, fractions irréductibles, cas particulier des fractions décimales. ⇝Définition de la racine carrée ;les carrés parfaits entre 1 et 144. ⇝Les préfixes de nano à giga.		
	Fraction comme nombre. Introduction des nombres relatifs, notion d'opposé.	Définition de la racine carrée, carrés parfaits.	Fraction irréductible.
	Opérations sur les nombres radicaux		

	Cycle 4		
Thème	$5^{ème}$	$4^{ème}$	$3^{ème}$
Comparaison, Repérage	Comparer, ranger, encadrer des nombres rationnels. Repérer et placer un nombre rationnel sur une droite graduée. ⇝Ordre sur les nombres rationnels en écriture décimale ou fractionnaire. ⇝Égalité de fractions.		
	Comparaison de fréquences et de proportions. Égalité de deux quotients.	Encadrement des racines par deux entiers (utilisation des carrés parfaits)	
Calcul	Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté. Calculer avec des nombres relatifs, des fractions ou des nombres décimaux (somme, différence, produit, quotient). Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur. Effectuer des calculs numériques simples impliquant des puissances, notamment en utilisant la notation scientifique. ⇝Définition des puissances d'un nombre (exposants entiers, positifs ou négatifs).		
	Additionner et soustraire des nombres relatifs. Fraction comme nombre rendant toutes les divisions possibles. Calculer des proportions et des fréquences.	Multiplier et diviser des nombres relatifs. Les puissances positives de base quelconque comme raccourci d'un produit. Additionner, soustraire, multiplier et diviser des quotients. Inverse d'un nombre.	Rendre une fraction irréductible.

1.2. Rappels

1.2.1 Écriture fractionnaire : Définition et vocabulaire

Le résultat de l'opération $7 \div 5$ est appelé quotient de 7 par 5.

1/ on peut le calculer et obtenir son ÉCRITURE DÉCIMALE : $1,4$.

2/ on peut ne pas le calculer et garder son ÉCRITURE FRACTIONNAIRE : $\dfrac{7}{5}$

NUMÉRATEUR ← 7

DÉNOMINATEUR ← 5

$\dfrac{7}{5}$ se lit "sept cinquièmes"

c'est une écriture fractionnaire du quotient $7 \div 5$ (7 → DIVIDENDE ; 5 → DIVISEUR)

> <u>Définition 1</u> : Une écriture fractionnaire s'appelle FRACTION lorsque le numérateur ET le dénominateur sont tous les deux des nombres entiers.

<u>Exemples</u> :

- $\rightsquigarrow$ $\dfrac{17}{100}$; $\dfrac{10}{18}$; $\dfrac{1}{1}$; $\dfrac{10175245}{9999999}$ sont des fractions.
- $\rightsquigarrow$ $\dfrac{17,100}{100}$; $\dfrac{18,200}{2,10}$; $\dfrac{200}{1,82}$ ne sont que des écritures fractionnaires.

> <u>Définition 2</u> : Les FRACTIONS DÉCIMALES sont des fractions dont le dénominateur peut être égal à 10, 100, 1000, 10 000 ...

<u>Exemples</u> :

- $\rightsquigarrow$ $0,1$ (1 dixième) est égal au quotient $\dfrac{1}{10}$; $0,2$ (2 dixièmes) est égal au quotient $\dfrac{2}{10}$;
- $\rightsquigarrow$ $0,01$ (1 centième) est égal au quotient $\dfrac{1}{100}$
- $\rightsquigarrow$ Le nombre $17,163$ est égal à 1 dizaine et 7 unités et 1dixième et 6 centièmes et 3 millièmes.

  c'est à dire $17,163 = 1 \times 10 + 7 \times 1 + 1 \times \dfrac{1}{10} + 6 \times \dfrac{1}{100} + 3 \times \dfrac{1}{1000}$

  Complète : $357,246 = \ldots \times 100 + \ldots \times 10 + \ldots \times 1 + \ldots \times \dfrac{1}{10} + \ldots \times \dfrac{1}{100} + \ldots \times \dfrac{1}{1000}$

Aïe Aïe Aïe

Un nombre entier peut toujours s'écrire comme une fraction.

$$45 = \frac{45}{1}$$

<u>Définition 3</u> : Étant donnés deux nombres décimaux a et b (b non nul).
On note $\frac{a}{b}$, le quotient (résultat de la division) de a par b
C'est à dire le NOMBRE qui lorsqu'il est multiplié par b donne a.

$$\frac{a}{b} \times b = a$$

<u>Exemples</u> :

- $\frac{3}{3}$ est le quotient de 3 par 3, c'est 1 ! ! ! (le nombre qui multiplié par 3 donne 3 !)
- $\frac{2}{5}$ est le quotient de 2 par 5, c'est le nombre qui multiplié par 5 donne 2.
  On le note aussi 0,4, en effet $0,4 \times 5 = 2$.
- $\frac{2}{3}$ est le quotient de 2 par 3, c'est le nombre qui multiplié par 3 donne 2.
  Ce nombre n'a pas d'écriture décimale, la division $2 \div 3$ est interminable. On le note $\frac{2}{3}$.

NUMÉRATEUR

DÉNOMINATEUR

$$\frac{4,6}{2,5} = 1,84$$

Écriture décimale du quotient $\frac{4,6}{2,5}$

$\frac{4,6}{2,5}$ est une écriture fractionnaire du nombre décimal 1,84.

<u>Remarques</u> :

- $\frac{4,6}{2,5}$ n'est pas une fraction.
- Toutes les écritures fractionnaires n'ont pas d'écriture décimale finie.

$$\begin{array}{r|l}
1 & 7 \\ \cline{2-2}
-0 & 0,1\,4\,2\,8\,5\,7\,1 \\
10 & \\
-7 & \\
30 & \\
-28 & \\
20 & \\
-14 & \\
60 & \\
-56 & \\
40 & \\
-35 & \\
50 & \\
-49 & \\
10 & \\
-7 & \\
3 &
\end{array}$$

$\frac{1}{7}$ n'a pas d'écriture décimale

$\frac{1}{7} \approx 0,142857142857\cdots$

La division $1 \div 7$ est interminable.

Définition 4 : Une FRACTION est un nombre en écriture fractionnaire dont le dénominateur ET le numérateur sont tous les deux des nombres entiers.

Exemples :

- $\frac{6}{4}$; $\frac{12}{6}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{5}{3}$; 7 sont des fractions.
- $\frac{6,2}{4}$; $\frac{6}{4,3}$; $\frac{3,2}{4,5}$ ne sont pas des fractions.

1.2.2 Propriété fondamentale

Propriété 1 : (Admise)

Si on multiplie ou on divise, le numérateur ET le dénominateur d'une écriture fractionnaire par le MÊME nombre non nul

alors on passe d'une écriture fractionnaire à une autre qui lui est égale.

Exemples :

- Les fractions $\frac{5}{7}$ et $\frac{40}{56}$ représentent le même nombre. En effet, en multipliant le numérateur et le dénominateur de $\frac{5}{7}$ par 8 on obtient, $\frac{5}{7} = \frac{5 \times 8}{7 \times 8} = \frac{40}{56}$
- $\frac{3,2}{4,1} = \frac{3,2 \times 5,2}{4,1 \times 5,2} = \frac{16,64}{21,32}$ donc $\boxed{\frac{3,2}{4,1} = \frac{16,64}{21,32}}$.
- $\frac{2,5}{3,5} = \frac{2,5 \div 5}{3,5 \div 5} = \frac{0,5}{0,7}$ donc $\boxed{\frac{2,5}{3,5} = \frac{0,5}{0,7}}$.
- $\cancel{\frac{7,3}{4,5} = \frac{7,3 \times 0}{4,5 \times 0} = \frac{0}{0}}$
- $\cancel{\frac{4,1}{4,1} = \frac{4,1 \times 3}{4,1 \times 4} = \frac{12,3}{16,4}}$ En effet, $\frac{4,1}{4,1} = 1$ et $\frac{12,3}{16,4}$ est inférieur à 1 !

1.2.3 Passage d'une écriture fractionnaire à une fraction.

Propriété 2 : (Admise)

Si on veut passer d'une écriture fractionnaire à une autre qui lui est égale

alors il suffit de multiplier le numérateur et le dénominateur par 10, 100, 1000, . . . de façon à les rendre entiers à l'aide de la propriété fondamentale.

Exemples :

- $\frac{17,352}{3,16} = \frac{17,352 \times 1000}{3,16 \times 1000} = \frac{17352}{316}$.

  Remarque : Multiplier par 100 ne suffit pas $\frac{17,352 \times 100}{3,16 \times 100} = \frac{1735,2}{316}$, 1 735,2 n'est pas entier.

$\rightsquigarrow$ $\dfrac{4}{16,3} = \dfrac{4 \times 10}{16,3 \times 10} = \dfrac{40}{163}$.

1.3. Simplifications

Définition 1 : **Simplifier/Réduire** une fraction, c'est rendre son numérateur et son dénominateur plus petits en utilisant la propriété fondamentale.

$\rightsquigarrow$ Simplifie la fraction $\dfrac{48}{60}$.
On utilise les critères de divisibilité connus et les tables de multiplication.

1/ 48 et 60 sont pairs donc ils sont divisibles par 2. On peut donc écrire : $\dfrac{48}{60} = \dfrac{2 \times 24}{2 \times 30} = \dfrac{24}{30}$ on dit que l'on a simplifié la fraction $\dfrac{48}{60}$ par 2.

2/ On remarque que 24 et 30 sont des multiples de 6, donc on peut encore simplifier la fraction $\dfrac{24}{30}$ par 6, d'où $\dfrac{24}{30} = \dfrac{6 \times 4}{6 \times 5} = \dfrac{4}{5}$.

Une fraction "plus simple" égale à $\dfrac{48}{60}$ est donc par exemple $\dfrac{24}{30}$ ou encore $\dfrac{4}{5}$.

Définition 2 : Une fraction **irréductible** est une fraction que l'on ne peut plus simplifier.

Remarque : Dans l'exemple précédent, $\dfrac{4}{5}$ n'est plus simplifiable, on dit que c'est la fraction **irréductible** correspondant à $\dfrac{48}{60}$, il n'y en a qu'une !